qui ne soit pas premier. — Le nombre $(2n)^{2n}+1$ ou $(4n^2)^n+1^n$ n'est jamais premier quand n est impair, car il est divisible par $4n^2+1$. Exemple : pour $n=3$,

$$6^6+1=36^3+1^3=(36+1)(36^2-36+1)=37\times1261$$
$$=37\times13\times97=46657.$$

C'est le plus petit nombre de la forme $(2n)^{2n}+1$ qui ne soit pas premier. E. FAUQUEMBERQUE.

Pour toute valeur de n, qui n'est pas une puissance de 2, le nombre $(2n)^{2n}+1$ n'est évidemment pas premier. Ainsi, pour $n=3$, on peut écrire

$$(2n)^{2n}+1=36^3+1,$$

qui est divisible par $36+1=37$. On a, en effet,

$$36^3+1=46657=13.37.97.$$

Les nombres 2^2+1 et 4^4+1 étant premiers, 46657 est le premier nombre de la forme $(2n)^{2n}+1$ qui n'est pas premier.

Quant aux nombres de la forme $(2^p)^{2^p}+1$, ils ne sont pas premiers si p n'est pas une puissance de 2.

A. PALMSTRÖM (Aas, Norvège).

Autres réponses de MM. C. COUTURIER, E. GELIN, G. LAPOINTE, G. RICALDE.

1401. (**1898**, 266). (G. TARRY). — *Problème chinois.* — La proposition énoncée n'est pas exacte; 2^n-2 peut être divisible par n sans que n soit un nombre premier. Ainsi, supposons que n soit le produit de deux nombres premiers impairs différents, p et q. Pour que

$$2^{pq}-2$$

soit divisible par pq, il faut et il suffit que les deux congruences

$$2^{p-1}\equiv1 \pmod{p.q},$$
$$2^{q-1}\equiv1 \pmod{p.q}$$

soient satisfaites, ce qui aura lieu si les deux nombres $p-1$ et $q-1$ sont divisibles par l'exposant ρ auquel appartient le nombre 2 relativement au module $p.q$.

Or on a, par exemple,

$$2^{11}=1+23.89;$$

2 appartient donc à l'exposant 11 relativement au module

$$p.q=23.89,$$

et chacune des différences

$$23-1, \quad 89-1,$$

est divisible par cet exposant 11, de sorte que

$$2^{23.89}-2$$

est divisible par 23.89.

On a aussi

$$2^{36} \equiv 1 \pmod{37.73},$$

et les deux différences

$$37-1, \quad 73-1,$$

étant divisibles par 36, on en conclut que

$$2^{37.73}-2$$

est divisible par 37.73, etc. I. FRANEL (Zurich).

Le problème chinois est une proposition fausse, car l'expression $\frac{2^n-2}{n}$ est un nombre entier pour $n = 3.5.43$. D'ailleurs, j'ai démontré que $\frac{a^p-a}{p}$ n'est un entier, pour un entier a quelconque, que si :

1° Les facteurs de p sont tous simples (non quadratiques);

2° $p-1$ est divisible par $V(p_1-1, p_2-1, \ldots, p_n-1)$, expression où $p_1, \ldots, p_n$ signifient les facteurs premiers de p et

$$V(p_1-1, \ldots, p_n-1)$$

le plus petit multiple de $p_1-1, \ldots, p_n-1$; ces conditions sont suffisantes. A. KORSELT (Plauen).

La proposition reproduite du Livre de M. Rouse Ball se trouve aussi dans une Note de M. I.-H. Heans : *The converse of Fermat's theorem* (*Messenger of Math.*, ed. by J.-W.-L. GLAISHER, vol. XXVII, p. 174; 1898) : « A paper found among those of the late Sir Thomas Wade, and dating from the time of Confucius, contains the theorem that $2^{n-1}-1 \equiv 0 \pmod{n}$, when n is prime, and also states that it does not hold if n is not prime. »

M. Heans démontre que la deuxième partie du théorème est fausse. Il donne, en effet, une méthode générale très simple pour trouver la solution de la congruence $2^{n-1} \equiv 0 \pmod{n}$, lorsque n n'est pas premier. Les premières valeurs de n sont

$$n = 341, 645, 1387, \ldots.$$

Le plus petit de ces nombres donne lieu à considérer le nombre $2^{340}-1$ qui a 103 chiffres; de là, M. Heans conclut que la proposition a été trouvée par induction.

Je partage vivement l'intérêt de M. G. Tarry pour les recherches sur l'Arithmétique chinoise.

Les sources principales que nous avons aujourd'hui, en Europe, se réduisent à quelques études très concises d'Édouard Biot et d'Alexandre Wylie : on peut trouver une bibliographie complète des travaux de Biot dans le *Journal asiatique,* t. XVI, p. 120; Paris, 1850, et de ceux de Wylie dans *Asiatic Journal,* t. XIX, p. 351, 513; London, 1887.

La plupart des autres travaux sur l'Arithmétique chinoise sont de simples compilations.

Quelque lecteur de l'*Intermédiaire* pourrait-il donner des Notices plus précises (particulièrement la traduction complète) du Travail chinois découvert par T. Wade? G. VACCA (Turin).

Très nombreuses réponses sur cette même question 1401, toutes à peu près dans le même sens, de MM. H. BROCARD, J.-J. DURAN-LORIGA (La Corogne), A. PALMSTRÖM (Aas, Norvège), G. RICALDE (Merida, Yucatan), PAUL TANNERY, *E. A. Majol.* M. Brocard fait remarquer que le problème a été posé dans les *Annales de Gergonne* (t. XI). M. Tannery cite l'exemple de $341=11.31$ qui divise $2^{340}-1$. Enfin, M. ROUSE BALL a l'obligeance de nous communiquer quelques indications fort intéressantes sur le Travail précité de son ami M. Heans.

1408. (**1898**, 268). (G. DE ROCQUIGNY). — *Propriétés des multiples pairs de* 3. — Les nombres premiers de la forme $6n+1$ sont 1, 7, 13, 19, 31, 37, 43, 61, 67, 73, 79, 97, etc. En retranchant déjà l'unité, on a 6, 12, 18, 30, 36, 42, 60, 66, 72, 78, 96, etc. Il y a des lacunes pour 24, 48, 54, 84, 90, etc., mais $24=37-13=97-73=$ etc., $48=61-13=$ etc. Ces exemples tendent à faire admettre que tout multiple pair de 3 est la différence de deux nombres premiers de la forme $6n+1$, et cela de plusieurs manières.

J'ai vérifié la même propriété sur la série des plus grands nombres premiers catalogués. A défaut de la démonstration directe, qui paraît difficile, je crois qu'il est permis de conclure à l'exactitude de la proposition énoncée. H. BROCARD.